4

THEOLOGIÆ CHRISTIANÆ PRINCIPIA MATHEMATICA.

AUTORE
JOHANNE CRAIG.

LONDINI,
Typis Johannis Darby, & Impensis Timothei Child
ad Insigne Cervi Albi in Cœmeterio D. Pauli.
M. DC. XC. IX.

REVERENDO

IN

CHRISTO PATRI

ET

DOMINO

Dno GILBERTO,

Providentia Divinâ Episcopo

SARISBURIENSI,

Et Nobilissimi Ordinis à PERISCELIDE

CANCELLARIO,

Tractatum hunc Theologicum

humillime D. D. C. Q.

JO. CRAIG.

PRÆFATIO

AD

LECTOREM.

SCIO quam arduum æquè ac insolitum opus in me suscipiam, cum res à sensibus tam longè remotas ad Leges Geometricas revocare aggredior: Cum vero serio mecum perpenderem quam egregia Scientiarum Naturalium incrementa ex Geometriâ deduxerint & demonstraverint tum veteres tum recentiores Mathematici; fecerunt illa, ut eandem in rebus Theologicis usum aliquem habere posse sperarem: Scientiæ enim adeo Divinæ utilitatem, non ultra angustos vitæ hujus limites extendi posse, absurdum planè videtur; quandoquidem per regulas Geometricas omnia Naturæ opera stabiliantur, ecquis dubitet easdem nos ducere ad sapientissimi Naturæ Autoris cognitionem? quo perfectiùs artem quamlibet intelligimus, eo meliùs nos posse de potentiâ & sapientiâ Artificis determinare ac judicare, certissimum est. Quærenti quid ageret Deus, γεωμετρεῖν τὸν θεόν optime respondit Divinus ille Plato Philosophus: & proinde ex Scholis suis Philosophicis omnes Geometriæ ignaros jure merito exclusit. Vana enim est illa Philosophia, quæ nos ad Naturæ ejusque

Autoris cognitionem non deducit; & jejuna admodum est illa utriusque cognitio, quam aliundè quàm ex Geometriâ haurire speramus. Imo tam late patet nobilissimæ hujus Scientiæ utilitas, ut ad Religionis etiam revelatæ, id est, Fidei probabilitatem stabiliendam egregiè conducat; quod in hoc, quem jam in lucem emitto, Tractatu, te L. B. ad plenam tuam satisfactionem reperturum existimo. Generalia quidem solummodo Religionis principia hic tractata videbis, præsertim quæ ad Sacræ Christi *Doctrinæ veritatem, Vitæque futuræ spem nostram stabiliendam conducere existimabam. Idque eo magis necessarium mihi videtur, quanto graviores jam contra Religionis nostræ veritatem sunt Atheorum & Deistarum impetus. Quænam præcipuæ sint grassantis hujus Atheismi causæ non jam sollicitus inquiro: mihi tantum hoc propositum est, ut morbo sævienti remedium aliquod (si possem) afferrem.*

Quosdam fore non dubito, majori ductos zelo quam judicio, qui meos prorsus condemnabunt labores; meque Religionem potius evertere quàm astruere temerè nimis concludent. Illi utique omnia Religionis dogmata tanquam certissima amplectentes, rem Christianismo indignam me præstitisse putabunt, qui ejus probabilitatem tantum evincere conatus fuerim. Illis verò ego nihil jam habeo quod dicam, nisi quod præjudiciis suis præoccupati, Religionis, quam profitentur, fundamenta non accuratè satis hactenus examinaverint; nec Fidei, quæ tantoperè in sacris literis laudatur, naturam ritè intellexerint. Quid enim est Fides? nisi illa mentis persuasio, quâ, propter media ex probabilitate deducta, quasdam propositiones veras esse credimus.

Si persuasio ex certitudine oriatur, tum non Fides sed scientia in mente producitur. Sicut enim probabilitas Fidem generat, ita etiam scientiam evertit; & e contrà: Certitudo scientiam simul generat & Fidem destruit. Undè Scientia omnem dubitandi ansam aufert; dum Fides aliquam semper hæsitationem in mente relinquit: & propterea Fides tantis insignitur laudibus, tantaq; sibi annexa præmia habet, quod homines, non obstantibus omnibus illis, quibus premuntur, scrupulis, in recto Virtutis & Pietatis tramite progrediantur; quæq; Creatori suo Omnipotenti grata futura credunt, summâ ope præstare conentur: se tam paratos esse jussis quibuscunq; divinis obsequi offendunt; ut ne ea quidem, quæ probabiliter tantum ab Ipso proveniunt, rejicere velint.

Jamq; non nisi duas alicujus momenti objectiones prævideo, quarum hæc est Prior. Quod non recte definiverim tempus, quo Probabilitas Historiæ Christi evanescere debet; cum novos probabilitatis gradus ex Prophetiarum quarundum completione oriundas non consideraverim; sed eandem in certâ quadam prop[ort]ione semper decrescentem acceperim. Sed responsio est facilis, Hæc de Christo Servatore Historia non aliter mihi consideranda fuit, quam qualis per aliquot sæcula hactenus transmissa fuit: Si Prophetias illas suam habituras completionem in Calculo meo supponerem, impudenter nimis id quod quæritur postularem. Dein novus ille probabilitatis gradus ex Prophetiarum completione oriturus, non magni erit momenti; nisi pro hominibus istius sæculi, quo eventus prædictioni respondet: tantus certe non erit, ut calculum nostrum perturbare nedum evertere possit.

Poste-

Posterior objectio majorem præ se ferre speciem videtur. Quod scil. Calculus noster Mosis, cæterorumq; V. T. Scriptorum Autoritatem labefactare videtur. Fateor equidem, &c, nisi Christi adventus novam illis addidisset probabilitatem, actum jam fuisset ante aliquot secula de eorum Autoritate. In hunc finem venit Filius hominis ut Legem & Prophetas impleret: ut eorum pene evanescentem probabilitatem restitueret. Calculus itaque a me adhibitus Christianismum solidis superstruit fundamentis & Judaismum simul funditùs evertit.

THEO-

THEOLOGIÆ CHRISTIANÆ Principia Mathematica.

DEFINITIONES.

1.

Voluptas est suavis ille Animi sensus, quem objecta Naturæ humanæ convenientia in nobis producunt.

2.

Intensitas Voluptatis est magnitudo ejusdem ex magnitudine suavis istius Animi sensûs determinanda.

3.

Duratio Voluptatis est quantitas temporis, per quod suavis ille Animi sensus in nobis perseverare sentitur.

4.

Voluptas æquabilis est, quæ eosdem intensitatis gradus habet per singula durationis suæ momenta.

5.

Voluptas uniformiter crescens est illa, cujus intensitatis gradus crescunt uniformiter per singula durationis suæ momenta.

Scholium. Ex infinita varietate incrementorum & decrementorum graduum intensitatis, aliæ infinitæ voluptatum species definiuntur.

6.

Probabilitas est apparentia convenientiæ vel disconvenientiæ duarum Idearum per argumenta, quorum connexio non est constans, aut saltem talis esse non percipitur.

7.

Probabilitas Naturalis est, quæ deducitur ex argumentis propriæ nostræ observationi aut experientiæ conformibus.

8.

Probabilitas Historica est, quæ deducitur ex Testimoniis aliorum, qui suam affirmant observationem aut experientiam.

9.

Suspicio Probabilitatis historicæ est motus Animi in partes historiæ contrarias.

10.

Velocitas Suspicionis est potentia, per quam Animus in aliquo tempore quasi per spatium aliquod in partes historiæ contrarias impellitur.

Scholium. Per spatium hìc intelligo quantitatem Assensûs, quem animus præbet Argumentis Historiæ contrariis. Concipio nimirum Animum ut rem mobilem, & Argumenta ut vires motrices ipsum huc vel illuc impellentes.

AXIOMATA.

1.

Omnis homo conatur voluptatem in Animo suo producere, augere, aut in statu suo voluptatis perseverare.

2.

Conatus Sapientûm sunt in ratione directâ, quam habent veri expectationum suarum valores. Quicunq; hanc Conatuum rationem accuratè sequitur, is est sapientissimus; & qui minùs accurate, minùs sapiens censetur.

3.

Conatus Insipientum sunt in ratione reciprocâ, quam habent veri expectationum suarum valores.

Non intelligendum est hoc axioma in rigore mathematico: hoc solummodo hìc innuere volo, quod illi majores adhibeant conatus ut obtineant expectationem, cujus verus valor est (a) quam ad obtinendam aliam expectationem, cujus verus valor est (na), posito quod n sit major unitate.

HYPOTHESIS.

Omnes homines jus habent æquale ut credantur, nisi contrarium aliundè constiterit. Æquitas hujus suppositionis fundatur in eo, quod res omnes ejusdem Naturæ iisdem præditæ sint qualitatibus naturalibus; sive hæ Animum, sive Corpus respiciunt: estque communi hominum praxi consonum, qui in quibuslibet vitæ hujus Negotiis determinandis hominem quemlibet testem accipiunt, nisi hoc jus suum naturale aliquomodo amiserit.

CAPUT

CAPUT I.

De Probabilitate historicâ quæ viva voce traditur.

EX triplici præsertim capite diminuitur Probabilitas historica. Ex numero Testium, per quos historia successivè transmittitur. Ex distantia loci, ad quem subjectum refertur: sed hoc spectat has solummodo Historias, quarum subjecta principalia sunt permanentia; si enim illa sint transeuntia, nequaquam diminuitur Probabilitas ob loci distantiam. Tertiò ex decursu temporis per quod historia transmittitur. Et juxta quam rationem in horum singulis decrescat probabilitas in sequentibus propositionibus demonstrabitur. Alias causas diminuendi Probabilitates historicas hìc non considero; tum quòd perexiguæ sint, tum maximè quòd vim conclusionum principalium non destruant, & ex principiis hìc positis ad Calculum reduci possint.

Propositio I. *Theorema* I.

Quævis Historia (non contradictoria) ab unius Testis primi testimonio confirmata quendam habet Probabilitatis gradum.

Magna enim Probabilitas componitur ex multis Testium primorum Testimoniis, sicut magnus numerus ex multis unitatibus. Fieri quidem potest, ut talis Probabilitatis Gradus sit tam exiguus, ut illius vim Animus noster vix percipere possit: sicut in motu Corporum, gradus Velocitatis tantillus aliquando est, ut motum oculis discernere nequeamus. Sed (& hic velocitatis, &) ille Probabilitatis gradus est determinatæ magnitudinis, & multoties repetitus Probabilitatem sensibilem producit.

Prop. II. *Theor.* II.

Probabilitas Historica crescit pro numero Testium primorum, qui rem factam enarrant.

Nam Unus Testis unum producit Probabilitatis gradum (per *Prop.* I.) Ergo duo Testes, duos; Tres Testes, tres producunt Probabilitatis gradus, &c. Q. E. D.

Corol.

Corol. Sit historia quælibet H, à numero Testium primorum $n+m$, homini cuivis A relata, quorum aliqui tantùm, putà n, eandem enarrent homini alteri B: Erit Probabilitas, quam habet A, ad Probabilitatem, quam habet B, ut $n+m$ ad n. Ut si (ex gra.) sit $n=4$, $m=8$, Erit Probabilitas, quam habet A, tripla Probabilitatis, quam habet B.

Prop. III. *Theor.* III.

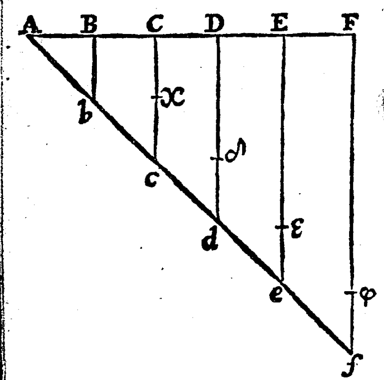
Suspiciones Probabilitatis historicæ per unum semper Testem transmissæ (cæteris paribus) crescunt in ratione numerorum Testium per quos historia traditur.

Sit s tota suspicio, quam habemus de fidelitate, cæterísque Testis perfecti virtutibus: Tum si unus Testis det s, duo Testes dabunt 2 s, tres Testes dabunt 3 s: & universaliter numerus Testium n dabit suspiciones n s. Est enim s ejusdem quantitatis in singulis (per Hypothesin).

Corol. Sit M numerus Testium, per quos Historia successivè transmittitur, erit $\overline{M-1}\times s$ tota suspicio ultimo Testi transmissa: habet enim suspiciones omnium Testium, præter unam, quæ ex ipsius relatione orietur, & quam proinde sibi ipsi non transmittit.

Prop. IV. *Lemma* I.

Velocitates suspicionis in æqualibus temporibus productæ crescunt in progressione Arithmeticâ.



Sit (in Figura sequenti) A F tempus per quod Historia transmittitur; Divisum supponatur illud in partes quam minimas & æquales AB, BC, CD, DE, EF. Sitq; linea Bb (ipsi AF normalis) velocitas orta ex temporis spatiolo AB; dico, sub finem temporis secundi BC velocitatem suspicionis fore $Cc=2Bb$; & quòd sub finem tertii temporis CD velocitas suspicionis erit $Dd=3Bb$: & sic porro.

Nam Historia per Tempus BC transmissa haberet suspicionem Cx

Cx ($=Bb$) etiam cessante omni suspicionis Causâ; Ergo cùm eadem suspicionis causa agit per tempus BC, quæ agebat per tempus AB, augebitur velocitas Cx quantitate $xc=Bb$, quia tempora sunt æqualia, & causa suspicionis supponitur esse vis uniformis. Adeò ut velocitas suspicionis sub finem temporis secundi BC sit $Cc=Cx+xc=2Bb$. Eodem modo si in instanti C cessaret omnis suspicionis Causa, progrederetur Historia cum suspicione concepta in C, id est, ad D delatâ, foret ejus velocitas $D\delta=Cc=2Bb$, Ergo cum eadem uniformis causa suspicionis agit per tempus CD, quæ agebat per tempus æquale AB, augebitur velocitas suspicionis $D\delta$ quantitate $\delta d=Bb$; & proinde in instante D, velocitas suspicionis erit $Dd=D\delta+\delta d=3Bb$. Similiter, si ad tempus D cessaret omnis Causa suspicionis, progrederetur Historia cum suspicione concepta in D, id est, ad E delata, ejus velocitas esset $E\varepsilon=Dd=3Bb$. Ergo cum eadem uniformis Causa suspicionis agit per tempus DE, quæ agebat per tempus æquale AB, augebitur velocitas $E\varepsilon$ quantitate $\varepsilon e=Bb$: Adeóque velocitas suspicionis in E, erit $E\varepsilon+\varepsilon e=4Bb$. Denique, cessante suspicionis causâ in E, progrederetur Historia cum suspicionis velocitate concepta in E, id est, delata ad F, foret ejus velocitas $F\varphi=Ee=4Bb$; Ergo cum eadem semper uniformis causa suspicionis agit per tempus ultimum EF, quæ agebat per tempus primum & æquale AB, augebitur velocitas suspicionis $E\varphi$ quantitate $\varphi f=Bb$; & proinde integra velocitas in F erit $Ff=F\varphi+\varphi f=5B$. Unde constat, quòd in temporibus æqualibus AB, BC, CD, &c. Velocitates suspicionis Bb, 2Bb, 3Bb sint in simplici progressione Arithmetica. Q. E. D.

Prop. V. *Theor.* IV.

Suspiciones Probabilitatis historicæ per quodlibet tempus transmissæ (cæteris paribus) crescunt in duplicata ratione Temporum, ab initio Historiæ sumptorum.

Per extremitates b, c, d, e, f linearum Bb, Cc, Dd, Ee, Ff gradus velocitatum denotantium (quæq; lineæ AF tempus designanti normales supponuntur) ducatur linea A b c d e f; adeóque Area figuræ AFf repræsentabit suspicionem productam in tempore A F, sicut & Area A D d repræsentabit suspicionem productam in tempore AD; & sic de aliis. Jam quia Bb, Cc, Dd, &c. sunt in progressione Arithmetica 1, 2, 3, 4, &c. (per *Prop.* IV.) Ideo linea A b c d e f est recta, ut ex Elementis est notum. Ideóq; suspicio producta in tempore AF, est ad suspicionem productam in tempore AD, ut Area

Trianguli

Trianguli A F f ad Aream Trianguli A D d. Sed Triangulum A F f eſt ad Triangulum A D d, ut Quadratum lineæ A F ad Quadratum lineæ A D; (ut conſtat ex Elementis) Ergo ſuſpicio orta in tempore A F eſt ad ſuſpicionem ortam in tempore A D, ut Quadratum lineæ A F ad Quadratum lineæ A D. Id eſt, ſuſpiciones ſunt in duplicata ratione Temporum ab initio hiſtoriæ ſumptorum. Q. E. D.

Corol. Sit tempus per quod Hiſtoria tranſmittitur $AF=T$, & ſuſpicio inde orta ſit K: Et ſit aliud quodlibet tempus datum $AD=t$, & cognita ſuſpicio inde orta ſit k: Erit $K=\frac{T^2k}{t^2}$.

Prop. VI. *Theor.* V.

Suſpiciones Probabilitatis hiſtoricæ per quaſlibet diſtantias tranſmiſſæ (cæteris paribus) creſcunt in duplicata ratione diſtantiarum ab initio ſumptarum.

Demonſtratur hæc ut præcedens: Adeóque ſi A ſit locus ad quem Hiſtoriæ ſubjectum refertur, ſitq; illa delata ad diſtantiam quamlibet $AF=D$, ex qua oriatur ſuſpicio Q, & ex quavis alia diſtantia cognita $AD=d$ orta ſit ſuſpicio quædam cognita quæ erit $Q=\frac{D^2q}{d^2}$.

Prop. VII. *Problema* I.

Quantitatem Probabilitatis Hiſtoriæ cujuſvis H, per unum ſemper Teſtem tranſmiſſæ, determinare.

Deſignet x probabilitatem integram, quam primus Teſtis ſecundo tranſmittere poteſt, poſt temporis & loci intervalla quàm minima; ſitq; M (vel m) numerus Teſtium, per quos in dato tempore T, & ad diſtantiam datam D, Hiſtoria illa H tranſmittitur; ſit s ſuſpicio cognitæ quantitatis, quam ex uno quovis Teſte ortam ſupponimus: k ſuſpicio cognita, quam ex dato quovis tempore t; & q ſuſpicio etiam cognita, quam ex data quavis diſtantia d, ortas ſupponimus. Sitq; P probabilitas quæſita. Erit $P=x+\overline{M-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$.

Nam $\overline{M-1}\times s$ eſt tota ſuſpicio, quæ oritur ex numero Teſtium (per *Prop.* III.): Et $\frac{T^2k}{t^2}$ eſt tota ſuſpicio orta ex tempore dato T (per

Prop.

Prop. V.) & $\frac{D^2q}{d^2}$ eſt tota ſuſpicio orta ex diſtantia D (per *Prop.* VI.) Ergo $\overline{M-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$ eſt ſuſpicio integra, quæ hiſtoriam H, per numerum Teſtium M, poſt elapſum tempus T, & ad diſtantiam D, tranſmiſſam afficiet: &, cùm x ſit tota ejus ſub initio probabilitas ex hypotheſi; patet $P=x+\overline{M-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$. Q. E. D.

Scholium. Quia per x deſignatur tota Probabilitas, quam primus Teſtis ſecundo tranſmittit; ideo in numero per M denotato, ipſe primus Teſtis non includitur; quem proinde in ſequentibus nomine Hiſtorici à cæteris diſtinguemus. Per Teſtes intelligemus eos omnes, qui ſuam Hiſtoriæ cognitionem ex Hiſtorici obſervatione aut experientia deducunt.

Exemplum. Quantam probabilitatem habet decimus Teſtis hiſtoriæ H, poſt elapſum tempus 10t, & ad diſtantiam 8d: quia in hoc caſu $M=10$, $T=10t$, $D=8d$; ideo per Canonem præcedentem, $P=x+9s+100k+64q$ eſt probabilitas, quam habet decimus ille Teſtis.

Notandum verò eſt, quod x, s, t, k, d, q ſint quantitates cognitæ; ſunt enim totidem unitates ad menſurandam Probabilitatem neceſſariæ; quæ proinde (ſicut in omni alio menſurationis genere) ad arbitrium menſurantis aſſumi poſſunt.

Prop. VIII. *Prob.* II.

Datis, numero ſerierum Teſtium, numero Hiſtoricorum Teſti primo uniuſcujuſq; ſeriei Hiſtoriam tranſmittentium, item temporibus & diſtantiis per quæ Hiſtoria aliqua H, ad hominem quemlibet A, tranſmittitur: invenire quantitatem Probabilitatis, quam habet A de veritate Hiſtoriæ H.

Inveniatur Probabilitas ab unaquâq; ſerie tranſmiſſa ſeparatim (per *Prop.* VII.) Erítq; ſumma harum omnium Probabilitas quæſita, quæ homini A ab omnibus tranſmittitur.

Exemplum. Habeat A Hiſtoriam H à duabus Teſtium ſeriebus derivatam. Sitq; b numerus Hiſtoricorum, m numerus Teſtium, T tempus, D diſtantia, per quæ in prima ſerie Hiſtoria tranſmittitur. Item c numerus Hiſtoricorum, n numerus Teſtium, G tempus, L diſtantia, per quæ in ſecunda Teſtium ſerie Hiſtoria H ad A tranſmittitur. Jam

bx.

bx est Probabilitas, quam habet primus Testis in prima serie, & cx est probabilitas, quam habet primus Testis secundæ seriei (per *Prop.* II.) Ergo (per *Prop.* VII.) invenietur.

$bx + \overline{m-1\times s} + \frac{T^2k}{t^2} + \frac{D^2q}{d^2}$ Probabilitas transmissa ad A per primam seriem.

$cx + \overline{n-1\times s} + \frac{G^2k}{t^2} + \frac{L^2q}{d^2}$ Probabilitas transmissa ad A per secundam seriem.

Addantur hæ duæ Probabilitates & summa utriusque sc.

$bx + cx + \overline{m-1+n-1\times s} + \frac{T^2+G^2}{t^2}k + \frac{D^2+L^2}{d^2}q$ Erit integra Probabilitas transmissa ad A ab utraq; serie.

Corol. Si numerus historicorum b, numerus Testium (m) tempus T, & distantia D sint eadem in omnibus Testium seriebus, quarum numerus sit (a) tum erit Probabilitas quæsita

$$P = a \times \overline{bx + \overline{m-1\times s} + \frac{T^2k}{t^2} + \frac{D^2q}{d^2}}.$$

Et hunc casum præcipuè respicio in sequentibus, nisi aliter expressè moneatur.

Prop. IX. *Prob.* III.

Data quavis historia H; aliam historiam h invenire, quæ, si à dato numero serierum testium (a) transmittatur, habeat Probabilitatem in ratione data ad probabilitatem historiæ datæ H.

Sit e numerus serierum Testium, c numerus Historicorum, n numerus Testium, G tempus, & L distantia, per quæ Historia data H transmittitur; a, b, m, T, D easdem respectivè denotent quantitates in historia quæsita h; sitq; ratio data r ad 1. Jam ex datis e, c, n, G, L, a, inveniendæ sunt b, m, T, D, hoc modo. $ecx + \overline{en - exs} + \frac{eG^2k}{t^2} + \frac{eL^2q}{d^2}$ est probabilitas historiæ datæ H, (per *Prop.* VIII. *Corol.*) Et $abx + \overline{am - axs} + \frac{aT^2k}{t^2} + \frac{aD^2q}{d^2}$ est probabilitas historiæ inveniendæ h (per *Corol. Prop.* VIII. Ergo erit

$abx + \overline{am-axs} + \frac{aT^2k}{t^2} + \frac{aD^2q}{d^2} : ecx + \overline{en-exs} + \frac{eG^2k}{t^2} + \frac{eL^2q}{d^2} :: r : 1$ Ex condi-

conditione problematis. Quare multiplicando terminos medios & extremos erit $abx + \overline{am - axs} + \frac{aT^2k}{t^2} + \frac{aD^2q}{d^2} = recx + \overline{ren - rexs} + \frac{reG^2q}{t^2} + \frac{reL^2q}{d^2}$. Fiat comparatio inter terminos homologos, eritq; $ab = rec$. $am - a = ren - re$. $aT^2 = reG^2$. Atque $aD^2 = reL^2$, quæ æquationes reductæ dabunt $b = \frac{rec}{a}$. $m = \frac{ren - re + a}{a}$. $T = \sqrt{\frac{reG^2}{a}}$. $D = \sqrt{\frac{reL^2}{a}}$.

Q. E. I.

Scholium. Data vel inventa dicitur Historia, cùm dantur vel inveniuntur numerus serierum Testium, numerus Historicorum, numerus Testium, distantia & Tempus per quæ transmissa vel transmittenda est Historia.

Prop. X. *Prob.* IV.

Data quavis historia H, aliam historiam h invenire; quæ, si à dato numero Historicorum b transmittatur, habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem Historiæ datæ H.

Designatis quantitatibus ut in propositione præcedenti erit

$a \times \overline{bx + \overline{m-1\times s} + \frac{T^2k}{t^2} + \frac{D^2q}{d^2}} = re \times \overline{cx + \overline{n-1\times s} + \frac{G^2k}{t^2} + \frac{L^2q}{d^2}}$.

Unde, reductis æquationibus ex comparatione terminorum oriundis, erit $a = \frac{rec}{b}$ numerus serierum Testium, & $m = \frac{nb - b + c}{c}$ numerus Testium, $T = \sqrt{\frac{bG^2}{c}}$ tempus; $D = \sqrt{\frac{bL^2}{c}}$ distantia, per quæ Historia illa h invenienda transmitti debet, ut ejus probabilitas sit ad probabilitatem Historiæ datæ H, ut r ad 1.

Prop. XI. *Prob.* V.

Datâ quavis historiâ H, aliam historiam h invenire, quæ si ad Testem in dato ordine per (m) designato existentem, transmittatur, habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem historiæ datæ H.

Deſignentur quantitates ut prius, tum ex datis e, c, n, G, L, r, m, inveniendæ ſunt a, b, T, D. Factâ autem reductione æquationum, quæ proveniunt ex comparatione terminorum (ut in *Prop.* IX.) erit $a=\frac{ren-re}{m-1}$ numerus ſerierum Teſtium: $b=\frac{cm-c}{n-1}$ numerus Hiſtoricorum: $T=\sqrt{\frac{\overline{m-1}\times G^2}{n-1}}$ tempus: $D=L\times\sqrt{\frac{m-1}{n-1}}$ diſtantia, per quæ Hiſtoria invenienda h tranſmitti debet.

Exemplum. Tranſmittatur hiſtoria data H ad quartum Teſtem à duabus Teſtium ſeriebus, & tribus hiſtoricis poſt 100 annos, & ad diſtantiam 1000 milliarium; quæritur hiſtoria, quæ ad quintum Teſtem delata habeat probabilitatem duplam probabilitatis hiſtoriæ datæ: In hoc exemplo, $e=2$, $c=3$, $n=4$, $G=100$, $L=1000$, $m=5$, $r=2$. Subſtitutis his valoribus, in quantitatibus modò inventis, erit $a=3$, $b=4$, $T=200\sqrt{\frac{1}{3}}$. $D=2000\sqrt{\frac{1}{3}}$.

Unde conſtat, quòd hiſtoria h, à quatuor hiſtoricis, per tres Teſtium ſeries, poſt elapſos annos $200\sqrt{\frac{1}{3}}$, & ad diſtantiam $2000\sqrt{\frac{1}{3}}$ milliarium ad quintum Teſtem delata, erit duplo probabilior hiſtoriâ datâ H.

Prop. XII. *Prob.* VI.

Data quavis hiſtoria H, aliam hiſtoriam h invenire, quæ poſt datum tempus T habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem hiſtoriæ H.

Reducantur æquationes ex comparatione terminorum provenientes, & invenientur: numerus ſerierum Teſtium ſcil. $a=\frac{reG^2}{T^2}$. Numerus Hiſtoricorum ſc. $b=\frac{cT^2}{G^2}$. Numerus Teſtium ſc. $m=\frac{nT^2-T^2}{G^2}+1$. Et diſtantia ſc. $D=\frac{TL}{G}$: per quæ hiſtoria invenienda h eſt tranſmittenda. Cùm ergo datur T, & inveniuntur a, b, m, D, ideo inventa eſt hiſtoria h (per *Schol. Prop.* IX).

Prop.

Prop. XIII. *Prob.* VII.

Datâ quavis hiſtoria H, aliam hiſtoriam h (cujus ſubjectum ad locum refertur) invenire, quæ ad diſtantiam datam D tranſmiſſa habeat probabilitatem in ratione data ad probabilitatem hiſtoriæ datæ H.

Reductis æquationibus ex terminorum comparatione provenientibus, invenies, numerum ſerierum Teſtium ſcil. $a=\frac{reL^2}{D^2}$: Numerum hiſtoricorum $b=\frac{cD^2}{L^2}$: numerum Teſtium $m=\frac{nD^2-D^2}{L^2}+1$. Tempus $T=\frac{GD}{L}$. Q. E. I.

Scholium. Si in quovis horum problematum caſu a, b vel m ſint numeri fracti; capiantur numeri integri fractis hiſce proximi.

Prop. XIV. *Theor.* VI.

Probabilitas hiſtorica ab uno hiſtorico, & per unam tantùm Teſtium ſeriem tranſmiſſa, quamvis continuò decreſcat, in nullo tamen tempore dato penitùs evaneſcit.

Jam $x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}$ eſt probabilitas ab uno Hiſtorico, & per unam Teſtium ſeriem, tranſmiſſa (per *Prop.* VII.) At ſi hæc in quovis tempore dato T evaneſcere poſſet, foret in hoc caſu $x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}=0$. Sed ſi hoc in quovis caſu fieri poſſet, tum poſſibile etiam eſt, ut in illo caſu $a\times\overline{x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}}=0$, utcunque magnus ſupponatur numerus Serierum Teſtium (a). Quod falſum eſt, tantus enim aſſumi poteſt numerus (a), ut ſub initio hiſtoriæ, ejus probabilitas ſit major quavis probabilitate data ab uno hiſtorico producta; ſed probabilitas quavis data major in nullo tempore dato evaneſcit: Ergo impoſſibile eſt ut (cùm ſumitur numerus (a) permagnus) $a\times\overline{x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}}=0$. Ergo impoſſibile eſt, ut $x+\overline{m-1}\times s+\frac{T^2k}{t^2}+\frac{D^2q}{d^2}=0$. Nam ſi productum ex multiplicatione

duarum

duarum quarumlibet quantitatum ſit majus nihilo, oportet etiam ut ſinguli factores ſeorſim ſumpti ſint nihilo majores. Unde conſtat propoſitum.

Scholium. Quamvis nunquam penitus evaneſcat probabilitas Hiſtorica, tamen in progreſſu temporis tam exigua redditur, ut illius vim Animus vix percipere poſſit. Hoc itaq; ſupereſt, ut oſtendatur Methodus determinandi tempus, quo evaneſcit gradus ille probabilitatis, qui ad vim in Animo ſenſibilem producendam eſt neceſſarius. Utq; hoc ſimpliciſſimè fiat, ſequentes facio Hypotheſes, quas à vero non multùm remotas eſſe exiſtimo. (1.) Quòd $s = -\frac{x}{10}$, id eſt, Probabilitas integra ab Hiſtorico, primo Teſti tranſmiſſa, nullam ſenſibilem vim producit (cæteris paribus) in Animo Teſtis undecimi. (2.) Quòd ſpatio annorum $50 = t$, oriatur ſuſpicio $k = -\frac{x}{100}$, id eſt, Quòd Teſtis primus, qui, ſi ſtatim Hiſtoriam alicui tradat, ac eandem ab ipſo Hiſtorico accipit, decimam tantùm partem probabilitatis ſibi tranſmiſſæ deſtrueret (per *Hyp.* I.) ſi relationem ſuam per 50 annos procraſtinet (præter illam decimam partem) centeſimam probabilitatis ſibi tranſmiſſæ partem deſtruet. (3.) Quòd ad diſtantiam milliarium $50 = d$ oriatur ſuſpicio $q = -\frac{x}{10000}$ in hiſtoriis, quarum ſubjecta ad locum permanentem referuntur. (4.) Quòd vita unius cujuſlibet Teſtis poſſit per annos $50 = t$ durare. Adeóq; (5.) Erit numerus Teſtium, per quos Hiſtoria per quodlibet tempus T tranſmiſſa $m = \frac{T}{t}$: ſequitur hæc ex quarta Hypotheſi.

Prop. XV. *Prob.* VIII.

Quando evaneſcet probabilitas cujuſvis Hiſtoriæ (cujus ſubjectum eſt tranſiens) vivâ tantum voce tranſmiſſæ, determinare.

Evaneſcet illa, quando $bx + \overline{m-1} \times s + \frac{T^2 k}{t^2} = 0$ (per *Prop.* VIII.) ubi b eſt numerus Hiſtoricorum, m numerus Teſtium, & T tempus evaneſcentis probabilitatis quæſitum. Jam quia $m = \frac{T}{t}$, $s = -\frac{x}{10}$, $k = -\frac{x}{100}$ (per *Hyp.* 5. 1, 2.) ideo ſubſtituantur hi valores quantitatum

tum m, s, k; & erit $bx - \frac{xT}{10t} + \frac{x}{10} - \frac{xT^2}{100t^2} = 0$. Reducatur hæc æquatio per vulgares Algebræ Regulas, & invenies.

$$T = t\sqrt{100b + 35} - 5t.$$

Tempus, quando Hiſtoriæ cujuſlibet probabilitas evaneſcit.

Corol. Evanuit probabilitas Hiſtoriæ Chriſti, ſub finem ſæculi octavi, in quantum illa à Traditione tantum orali dependet. Nam in hoc caſu $b = 4$, unde $\sqrt{100b + 35} = \sqrt{435} = 21$ ferè; Ergo per Canonem hujus propoſitionis $T = 21t - 5t = 16t$, ſed $t = 50$ annis (per *Hyp.* 2.) Ergo $T = 16t = 800$ annis. Q. E. D.

Scholium. Eodem modo invenias tempus, quando evaneſcet probabilitas cujuſvis Hiſtoriæ, cujus ſubjectum eſt permanens: Summopere tamen cavendum eſt, ne k eandem habere quantitatem capias in hiſtoriis, quarum ſubjecta ſunt permanentia, quam habet in Hiſtoriis, quarum ſubjecta ſunt tranſeuntia: Eſt enim longè major in his, quam in illis: Et quia (per *Hyp.* 2.) ſuppoſuimus $k = -\frac{x}{100}$ in Hiſtoriis materiam tranſeuntem tranſmittentibus, fieri poteſt, ut, in Hiſtoriis ſubjecta permanentia tradentibus, $k = -\frac{x}{50}$, vel etiam minor, dummodo ſubjecta illa permanentia ſint in loco acceſſibili; ſi enim ſint in loco inacceſſibili, eodem modo tractandæ ſunt earum probabilitates, ac ſi ſubjecta eſſent tranſeuntia.

CAPUT.

*

CAPUT II.

De Probabilitate Historicâ, quæ per Testimonia scripta transmittitur.

Prop. XVI. *Prob.* IX.

QUantitatem Probabilitatis historicæ ab uno Historico primo literis consignatæ determinare.

Sit z integra probabilitas Historiæ sub initio publicationis primi exemplaris, n numerus exemplarium, T tempus, & D distantia Loci, per quæ Historia scripta transmittitur. Sitq; f suspicio orta ex transcriptione alicujus Exemplaris (est verò f in omnibus eadem, quia Transcriptores sunt pariter fideles, per Hypothesin) cæteris positis, ut in capite præcedenti, erit quæsita probabilitas

$$P = z + \overline{n - 1 \times f} + \frac{T^2k}{t^2} + \frac{D^2q}{d^2}:$$

Corol. Sit c numerus Historicorum primorum, c numerus exemplarium secundorum per totidem series Historiam transmittentium, posito quòd singulæ Exemplarium series ex uno tantùm Exemplari secundo traducantur, erit Historiæ sic transmissæ probabilitas

$$P = 1 \times \overline{cz + \overline{n - 1 \times f} + \frac{T^2k}{t^2} + \frac{D^2q}{d^2}}:$$

Scholium. Per Historicos primos intelligo eos, qui Historiæ cognitionem ex propria observatione aut experientia deducunt. Et per Exemplar primum intelligo (non unum tantum, sed) quotlibet exemplaria ab ipso primo Historico scripta vel impressa. Jam quia Historia scripta majorem longè probabilitatem habet, quàm Historia per vivam vocem tradita; & quia hujus probabilitas nunquam evanescit (per *Prop.* XIV.) sequitur illius etiam probabilitatem in nullo tempore dato penitus evanescere. Attamen cum continuò decrescat, necesse est ut tandem etiam illa perexigua reddatur; Ut ergo determinetur tempus, quo perit hæc sensibilis probabilitas fiant sequentes hypotheses.

(1.) Quod

(1.) Quòd $z = 10x$, id est, Historicus transmittit decies plures probabilitatis gradus, quando testimonium suum per scripta, quàm cùm per vivam tantùm vocem illud traditur. (2.) Quòd $t = \frac{s}{10}$, id est, suspicio fidelis transcriptoris est decima tantùm pars suspicionis fidelis Testis, unde sequitur quòd $f = -\frac{x}{100}$ (per *Hyp.* 1. *Prop.* XIV. & *Hyp.* 2. hujus). (3.) Quòd Exemplar Historiæ possit per annos $200 = 4t$ durare. Unde sequitur (4.) quòd numerus Exemplarium, Historiam per quodlibet tempus T transmittentum, sit $n = \frac{T}{4t}$.

Prop. XVII. *Prob.* X.

Quantitatem præsentis probabilitatis Historiæ Christi à quatuor Historicis scriptæ, & per unam Exemplarium seriem transmissæ, determinare.

Præsens probabilitas Historiæ Christi est $cz + \overline{n - 1 \times f} + \frac{T^2k}{t^2}$. (per *Corol. Prop.* XVI.) sed in hoc casu numerus primorum Historicorum est $c = 4$, $T = 1696$ annis $= 34t$. Et (per Hypotheses *Prop.* XVI.) $z = 10x$, $n = \frac{34}{4}$, $f = -\frac{x}{100}$, $k = -\frac{x}{100}$ substituantur hi valores quantitatum c, n, f, T, & erit $p = 40x - \frac{34x}{400} - \frac{1156x}{200}$ præsens probabilitas Historiæ Christi, quæ reducta dat $p = \frac{11342x}{400}$; id est quám proximè $p = 28x$. Tanta itaq; est præsens probabilitas Historiæ Christi, quantam habuisset ille, qui (ipsius Christi temporibus) vivâ tantum voce eandem à 28 Discipulis Christi acciperet. Q. E. I.

Prop. XVIII. *Prob.* XI.

Temporis spatium definire, in quo Historiæ Christi scriptæ probabilitas evanescet.

Evanescet illa quando $cz + \overline{n - 1 \times f} + \frac{T^2k}{t^2} = 0$ (per *Corol. Prop.* XVI.) hoc est (substitutis valoribus quantitatum z, n, f, k, nec non

*

4 = c)

$4=c$) quando $40+\frac{1}{100}-\frac{T}{400t}-\frac{T^2}{100t^2}=0$: Hæc æquatio reducta dabit Tempus evaneſcentis probabilitatis quæſitum, ſcil. $T=t\sqrt{4001+\frac{1}{64}}-\frac{1}{8}t$; vel potius (neglectis fractis, quod in hujuſmodi computationibus ſine magno erroris periculo fieri poſſit) erit tempus quæſitum $T=t\sqrt{4001}$, hoc eſt, quia $\sqrt{4001}=63$ & $t=50$ annis, $T=3150$ annis: unde conſtat, quòd poſt annos 3150 à nativitate Chriſti, evaneſcet hiſtoriæ ejus ſcriptæ probabilitas. Q. E. I.

Corol. Neceſſe eſt, ut Chriſtus veniat, antequam elabantur anni 1454. Nam neceſſe eſt, ut Chriſtus veniat, priuſquam evaneſcat Hiſtoriæ ſuæ probabilitas; ſed illa peribit, elapſis à noſtro tempore annis $1454=3150-1696$; Ergo neceſſe eſt, ut veniat antequam elabantur anni 1454 à noſtro tempore. Q. E. D. Et in nullo tempore minori annis 1454 neceſſe eſt ut veniat, in quantum ejus adventus ex defectu probabilitatis ſuæ hiſtoriæ dependet: Et certè multa me movent, ut ſuſpicer, illum non priùs venturum, quàm ferè evanuerit hiſtoriæ ſuæ probabilitas; hoc enim diſertè innuere videtur Lucas in Hiſtoriæ ſuæ Capite 18, verſu 8, ubi Chriſtum expoſtulâſſe narrat in hunc modum —Nihilominus, cùm venerit Filius hominis, an fidem in Terrâ inveniet—Tantilla ſcil. ad adventum Chriſti erit Hiſtoriæ ſuæ probabilitas, ut dubitet, an quenquam reperturus ſit, qui huic de ipſo Hiſtoriæ fidem adhibebit. Unde patet, quàm graviter errent illi omnes qui Chriſti adventum ad noſtra tempora tam propè conſtituunt.

Prop. XIX. *Prob.* XII.

Quantitatem Probabilitatis cujuſvis Hiſtoriæ ſcriptæ determinare, juxta aſſumptas Hypotheſes.

Cujuſvis Hiſtoriæ ſcriptæ (cujus ſubjectum eſt tranſiens) probabilitas eſt $p=r\times cz+\overline{n-1\times f}+\frac{T^2k}{t^2}$ (per *Corol. Prop.* XVI.) Ergo (ſubſtitutis valoribus quantitatum z, n, f, k) erit

$$p=rx\times\frac{4000ct^2-Tt+4tt-4TT}{400t^2}.$$

Prop.

Prop. XX. *Prob.* XIII.

Temporis ſpatium definire, in quo Hiſtoriæ cujuſvis ſcriptæ probabilitas evaneſcet.

Evaneſcet illa quando $cz+\overline{n-1\times f}+\frac{T^2k}{t^2}=0$ (per *Corol. Prop.* 16.) hoc eſt (ſubſtitutis valoribus quantitatum z, n, f, k) quando $20c+\frac{1}{100}-\frac{T}{400t}-\frac{T^2}{100t^2}=0$; hæc æquatio reducta dabit tempus evaneſcentis probabilitatis quæſitum, ſcil. $T=t\sqrt{1000c+\frac{65}{64}}-\frac{1}{8}t$. vel neglectis fractis $T=t\sqrt{1000c+1}$:

Datur t ſcil. ſpatium 50 annorum, & c numerus Hiſtoricorum primorum; Ergo habetur T tempus quæſitum, in quo evaneſcit Hiſtoriæ probabilitas.

Scholium. Eodem modo ſolvuntur duo poſtrema Problemata, quando Hiſtoriæ reſpiciunt ſubjecta in loco acceſſibili conſtituta.

Prop. XXI. *Prob.* XIV.

Determinare quantitatem probabilitatis Hiſtoriæ, quæ partim vivâ voce, partim per ſcripta tranſmittitur.

Inveniatur probabilitas ejus pro temporis ſpatio, quo vivâ voce traditur (per *Prop.* VIII.) & probabilitas ejus pro temporis ſpatio, quo per ſcripta traditur (per *Prop.* XVI.) dabit utriuſq; ſumma probabilitatem quæſitam. Q. E. I.

Prop. XXII. *Prob.* XV.

Datis duabus ejuſdem rei Hiſtoriis contrariis, utra harum ſit probabilior, quantáq; ejus ſit probabilitas, determinare.

Inveniatur probabilitas utriuſq; (per *Propp.* VIII. & XVI.) & ſubſtituantur valores quantitatum m, s, k, q, z, n, f, & ſtatim conſtabit utra ſit probabilior; ſubducatur probabilitas minor ex majori, & reliqua erit tota probabilitas Hiſtoriæ probabilioris. Q. E. I.

Concluſio.

Conclusio. Credo me jam ea omnia dilucidè satis explicuisse, quæ ad probabilitatis Historicæ determinationem sunt necessaria. Ad alteram jam materiæ meæ partem progredior, scil. ad definiendas Voluptatum Quantitates. Voluptas enim est unicum omnium actionum & conatuum nostrorum principium. Quicquid agimus aut patimur, quicquid cupimus aut aversamur, omnia tamen Voluptatis causâ fieri pro certo constat. Ut ergo homines prudenter suas prosequantur voluptates, necesse est, ut earum quantitates & valores accuratè determinare queant: quod proinde in sequentibus docebitur.

CAPUT III.

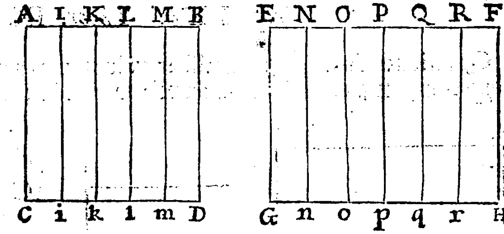
De Voluptate Æquabili.

UT sequentes propositiones faciliùs demonstrentur, Durationem Voluptatis per lineam rectam designo, & gradus ejus intensitatis per lineas rectas ad singula puncta prioris lineæ perpendiculares: & proinde si ducta intelligatur linea per alteras extremitates horum perpendiculorum, formabitur inde Figura plana, quæ Voluptatis illius Quantitatem optimè repræsentabit: Adeóque ex figuræ hujus proprietatibus facile erit voluptatis illius proprietates deducere.

Prop. XXIII. *Theor.* VII.

Quantitates duarum Voluptatum æquabilium (quarum Intensitates sunt æquales) sunt in ratione Durationum directâ.

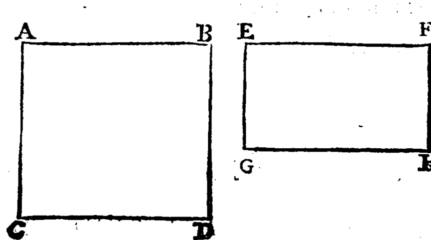
Sit



Sit AB duratio unius Voluptatis, ejus quantitas V. sintque AC, Ii, Kk, Ll, &c. gradus intensitatis in diversis durationis Instantibus. Et esto EF duratio alterius voluptatis, cujus quantitas V, & gradus intensitatis EG, Nn, Oo, &c. In Instantibus E, N, O, &c. Jam cum utraq; voluptas sit æquabilis (ex Hypothesi) ideo linea ducta per C, i, k, l, m, D, & linea ducta per G, n, o, p, q, r, H, sunt rectæ ad AB & EF parallelæ (per Def. 4.) Ergo figuræ ABCD EFGH designantes utriusq; Voluptatis Quantitatem sunt parallelogramma rectangula. Jam v=AB×AC, V=EF×EG (ex Elementis) & AC=EG (ex hypothesi propositionis) Ergo V=EF×AC. Unde v. V :: AB×AC. EF×AC. sed (ex Elementis) AB×AC. EF×AC :: AB. EF. Ergo v. V :: AB. EF. Quod erat demonstrandum.

Prop. XXIV. *Theor.* VIII.

Quantitates duarum voluptatum æquabilium (quarum tempora durationum sunt æqualia) sunt in ratione directa intensitatum.

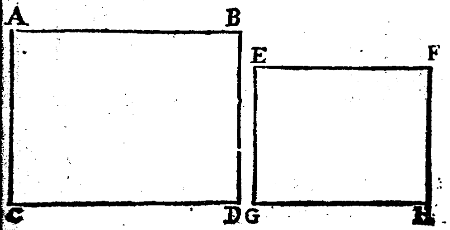


Sit prioris voluptatis duratio AB, & constans ejus intensitatis gradus AC, quantitas integra sit v. Nec non alterius Voluptatis duratio EF, intensitas constans EG,& quantitas V. Erit v=AB×AC, V=EF×EG, sed ex hypothesi AB=EF, ergo V=AB×EG. Unde v. V :: AB×AC. AB×EG. sed AB×AC. AB×EG :: AC. EG. Ergo v. V :: AC. EG. Quod erat demonstrandum.

Prop.

Prop. XXV. *Theor.* IX.

Quantitates duarum quarumlibet voluptatum æquabilium ſunt in ratione compoſita ex rationibus durationum & intenſitatum directis.



Sit unius voluptatis duratio AB=r, intenſitas AC=n, & quantitas v. Alterius autem voluptatis ſit quantitas V, duratio EF=s, intenſitas EG=m; Jam quia Figuræ, quæ repræſentant quantitates voluptatum æquabilium ſunt Parallelogramma rectangula, ideo $v=rn$, $V=sm$, ideo $\frac{V}{v}=\frac{sm}{rn}=\frac{s}{r}\times\frac{m}{n}$. Q. E. D.

Corol. 1. Durationes duarum quarumlibet voluptatum æquabilium ſunt in ratione compoſitâ ex ratione directâ quantitatum, & reciprocâ ratione Intenſitatum.

Corol. 2. Intenſitates duarum quarumlibet Voluptatum æquabilium ſunt in ratione compoſitâ ex directâ quantitatum, & reciprocâ ratione durationum.

Corol. 3. Creſcit Voluptas quælibet æquabilis in ratione durationum ab initio ſumptarum.

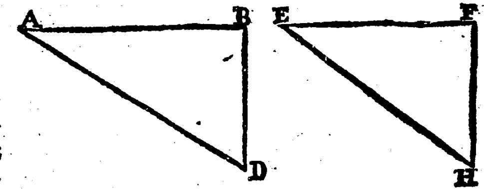
CAPUT IV.

De Voluptatibus uniformiter creſcentibus.

Prop. XXVI. *Theor.* X.

QUantitates duarum Voluptatum uniformiter creſcentium, quarum intenſitates ſub finem ſunt æquales, ſunt in ratione durationum.

Quoniam



Quoniam Figuræ quæ has voluptates repræſentant ſunt triangula, (per *Def.* 5.) ideo ſit unius quantitas v, duratio AB=r, intenſitas ſub finem BD=n; Alterius verò voluptatis quantitas ſit V, duratio EF=s, & intenſitas ſub finem ſit FH=m. Jam V. v :: EFH. ABD. ſed $EFH=\frac{sm}{2}$, & $ABD=\frac{rn}{2}$: Ergo V. v :: $\frac{sm}{2}$. $\frac{rn}{2}$, unde $\frac{V}{v}=\frac{sm}{rn}$, ſed m=n ex hypotheſi, ergo $\frac{V}{v}=\frac{s}{r}$. Q. E. D.

Prop. XXVII. *Theor.* XI.

Quantitates duarum voluptatum uniformiter creſcentium, quarum durationes ſunt æquales, ſunt in ratione directa Intenſitatum ſub finem ſumptarum.

Nam deſignatis quantitatibus, ut in præcedenti, inventum fuit $\frac{V}{v}=\frac{sm}{rn}$, ſed s=r ex hypotheſi, Ergo $\frac{V}{v}=\frac{m}{n}$. Q. E. D.

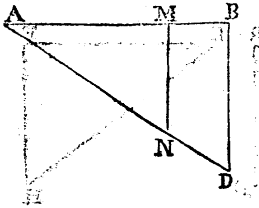
Prop. XXVIII. *Theor.* XII.

Quantitates duarum quarumlibet voluptatum uniformiter creſcentium ſunt in ratione compoſitâ ex ratione directâ durationum, & directâ ratione Intenſitatum ſub finem ſumptarum.

Nam in propoſitione penultimâ demonſtratum eſt $\frac{V}{v}=\frac{sm}{rn}$, id eſt, $\frac{V}{v}=\frac{s}{r}\times\frac{m}{n}$. Q. E. D.

Corol. 1. Durationes duarum voluptatum uniformiter creſcentium, ſunt in ratione compoſitâ ex directâ ratione quantitatum, & reciprocâ ratione intenſitatum ſub finem ſumptarum.

*Corol.



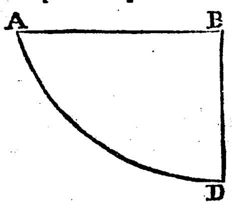
Corol. Quantitates unius voluptatis uniformiter creſcentis ab initio ſumptæ creſcunt in duplicatâ ratione durationum. Sit $AB = T$ duratio una, ejuſq; in hoc tempore quantitas ſit Q; ſit alia duratio $AM = t$, in qua voluptatis quantitas ſit q. Jam Q. q :: ABD. AMN. ſed ABD. AMN :: ABq. AMq (ex Elementis) Ergo Q. q :: ABq. AMq, id eſt Q. q :: T^2. t^2. Q. E. D.

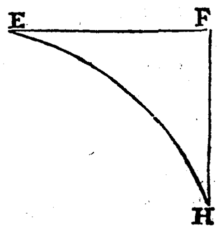
CAPUT V.

De Voluptatibus, quarum Intenſitates creſcunt in ratione qualibet multiplicata aut ſubmultiplicata.

Prop. XXIX. *Prob.* XVI.

DAtis æquationibus relationem exprimentibus inter tempora durationum & gradus intenſitatum, invenire rationem quam habent voluptatum quantitates.





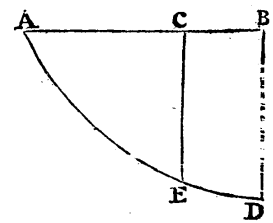
Sit unius voluptatis duratio $AB = r$, ejus intenſitas ſub finem $BD = n$, ejus quantitas v. Alterius autem quantitas ſit V, duratio $EF = s$, & intenſitas ſub finem $FH = m$. Sitque $r^c = n$ æquatio exprimens relationem inter tempus durationis, & intenſitatis gradus prioris creſcentes juxta rationem quamlibet multiplicatam aut ſubmultiplicatam, cujus exponens eſt c. Nec non $m = s^e$ æquatio exprimens relationem inter tempus durationis & intenſitatis gradus poſterioris creſcentes in ratione quâlibet multiplicatâ aut ſubmultiplicatâ, cujus exponens eſt e. Jam $\frac{V}{v} = \frac{EFH}{ABD}$ (juxta hujus methodi fundamentum ſub initio Capitis tertii poſitum) Sed

Sed per Quadraturarum Methodos notiſſimas $EFH = \frac{sm}{e+1}$, $ABD = \frac{rn}{c+1}$, Ergo $\frac{V}{v} = \frac{sm \times c+1}{rn \times e+1} = \frac{s}{r} \times \frac{m}{n} \times \frac{c+1}{e+1}$. Id eſt, Voluptatum harum Quantitates ſunt in ratione compoſitâ ex directâ ratione temporum, directâ ratione intenſitatum (ſub finem ſumptarum) & reciprocâ ratione exponentium unitate auctarum. Q. E. I.

Scholium. Eſt hoc Theorema perquam generale; ejus enim ope inveniri poſſunt illa omnia, quæ ſpectant ad voluptates, quarum intenſitates creſcunt in quâvis ratione multiplicatâ aut ſubmultiplicatâ: ſic ſi ponatur $c = 0$, $e = 0$ habentur omnia in Capite III. demonſtrata; ſi ſit $c = 1$, $e = 1$, habentur omnia in Capite IV. demonſtrata; ſi ponas $c = 0$, $e = 1$, habetur ratio voluptatis æquabilis ad uniformiter creſcentem; vel ſi ponatur $c = 1$, $e = 2$, habetur ratio voluptatis uniformiter creſcentis ad voluptatem, cujus intenſitatis gradus creſcunt in duplicatâ ratione temporum: Ut de aliis infinitis nihil dicam, quæ pari facilitate ex hac propoſitione deduci poſſunt.

Prop. XXX. *Prob.* XVII.

Iiſdem datis quæ in præcedenti, invenire rationem incrementi unius voluptatis, pro diverſis ſuæ durationis temporibus ab initio ſumptis.



Sit Q quantitas voluptatis in tempore AB producta, & q quantitas ejuſdem (vel ſimilis) voluptatis in tempore AC producta. Ponatur $AB = T$, $AC = t$. Jam $BD = T^c$ & $CE = t^c$ ex ſuppoſito incremento graduum intenſitatis; Ergo per Quadraturas invenies $Q = \frac{T^{c+1}}{c+1} = ABD$, &

$q = \frac{t^{c+1}}{c+1} = ACE$. Unde $\frac{Q}{q} = \frac{T^{c+1}}{t^{c+1}}$. Q. E. I.

Corol. 1. Si voluptas ſit æquabilis, tum quantitates voluptatum erunt ut tempora, nam in hoc caſu $c = 0$, unde $\frac{Q}{q} = \frac{T}{t}$.

Corol.

Corol. 2. Si Intenſitates creſcant uniformiter, voluptates erunt ut Quadrata temporum; nam in hoc caſu $c=1$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^2}{t^2}$.

Corol. 3. Si Intenſitates creſcant in ratione temporum duplicatâ, voluptates erunt in ratione temporum triplicatâ; nam in hoc caſu $c=2$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^3}{t^3}$.

Corol. 4. Si intenſitates creſcant in ſubduplicatâ ratione temporum, tum Quantitates voluptatis erunt ut Radix quadrata Cuborum Temporum; nam in hoc caſu $c=\frac{1}{2}$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^{\frac{3}{2}}}{t^{\frac{3}{2}}}=\frac{\sqrt{T^3}}{\sqrt{t^3}}$.

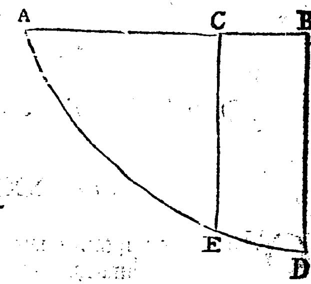
Corol. 5. Si intenſitates creſcant in ratione temporum ſubtriplicatâ, tum Quantitates voluptatis erunt ut Radix Cubica biquadratorum temporum. Nam in hoc caſu $c=\frac{1}{3}$, unde $\frac{Q}{q}=\frac{T^{\frac{4}{3}}}{t^{\frac{4}{3}}}=\frac{\sqrt[3]{T^4}}{\sqrt[3]{t^4}}$.

Scholium. Ex præmiſſis conſtat, quòd (conceſſis Figurarum Curvilinearum Quadraturis) poſſunt omnia ad voluptatum quantitates, mutuáſq; inter ſe relationes ſpectantia, facillimé inveniri. Quod ut melius intelligatur, adjiciam exemplum in ſequenti propoſitione, in quo intenſitates non creſcunt in ratione multiplicatâ aut ſubmultiplicatâ.

Prop. XXXI. *Prob.* XVIII.

Si intenſitas creſcat ut radix quadrata quadratorum & biquadratorum (ſimul ſumptorum) temporum; invenire rationem, juxta quam ipſa voluptas creſcat, pro diverſis durationis ſuæ temporibus, ab initio ſumptis.

Sit



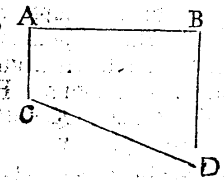
Sit AB=T una duratio, AC=t altera duratio; ſitq; BD intenſitas ſub finem prioris, CE intenſitas ſub finem alterius. Jam quia $BD=\sqrt{T^4+T^2}$, $CE=\sqrt{t^4+t^2}$ ex hypotheſi problematis, & per methodos Quadraturarum invenitur $ABD=\frac{1}{3}\times\overline{T^2+1}\sqrt{T^2+1}-1=Q$ & $ACE=\frac{1}{3}\times\overline{t^2+1}\sqrt{t^2+1}-1=q$. Ideo $\frac{Q}{q}=\frac{\overline{T^2+1}\sqrt{T^2+1}-1}{\overline{t^2+1}\sqrt{t^2+1}-1}$.

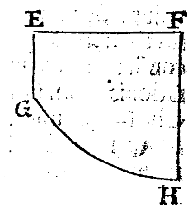
Exemplum ſit $T=3\frac{3}{7}$ horis, $t=2\frac{2}{5}$ horis, erit $\frac{Q}{q}=\frac{955125}{354662}$.

Scholium. Quamvis in præcedentibus ſuppoſui voluptates eſſe creſcentes, & intenſitates (exceptis voluptatibus æquabilibus) ſub initio eſſe indefinitè parvas; tamen eadem Methodus facilè applicari poſſit ad cæteras quaſvis voluptates à determinatâ intenſitatis magnitudine creſcentes aut decreſcentes: quarum in ſequenti propoſitione datur exemplum.

Prop. XXXII.

Sit unius voluptatis duratio AB, intenſitas ſub initio AC, ſub fine BD, quantitas v, & creſcant intenſitates ut Ordinatæ Trapezii triangularis ACBD; ſitq; alterius voluptatis duratio EB, intenſitas ſub initio EG, ſub fine FH, quantitas V, creſcantq; intenſitates ut ordinatæ trapezii parabolici EFGH; invenire rationem unius voluptatis ad alteram.





Ponantur AB=r, BD=n, AC=t, EF=s, FH=m, EG=g. Ex Geometria invenies $v=ACBD=\frac{nr+lr}{2}$, $V=\frac{2}{3}\times\overline{mg^2+ms-g^3}$; Ergo $\frac{V}{v}=\frac{4mg^2+4ms-4g^3}{3nr+3lr}$.

Q. E. I.

CAPUT

CAPUT VI.

De voluptate finitâ & infinitâ inter ſe comparatis.

Prop. XXXIII. *Theor.* XIII.

Quantitas voluptatis quamlibet habens (non decreſcentem) intenſitatem, & durationis infinitæ s, eſt infinitè major quâvis aliâ voluptate finitam ſemper habente intenſitatem n, & durationis finitæ r.

Supponatur utraq; voluptas eſſe æquabilis, & V quantitas prioris, v poſterioris. Jamq; erit $\frac{V}{v}=\frac{sm}{rn}$ (per *Prop.* XXV.) unde $V=\frac{sm}{rn}\times v$. Sed s eſt infinita, ergo productum sm eſt infinitum; & r, n ſunt quantitates finitæ (ex hypotheſi) Ergo productum rn eſt finitum; ſed quantitas infinita sm, diviſa per quantitatem finitam rn, dat quotientem infinitam $\frac{sm}{rn}$; Ergo $\frac{sm}{rn}\times v$ eſt Quantitas infinita; Ergo V quantitas voluptatis infinitæ durationis eſt infinitè major quantitate voluptatis v finitam habentis intenſitatem & durationem. Q. E. D.

Scholium. Quamvis voluptates poſui æquabiles, tamen præcedentia intelligenti facile conſtat Demonſtrationem locum obtinere, ſumptis intenſitatibus in quavis datâ ratione creſcentibus.

Corol. Valor voluptatis à Chriſto promiſſæ eſt infinitè major valore voluptatis vitæ præſentis. Nam Voluptas à Chriſto promiſſa eſt intenſitatis non decreſcentis, & durationis infinitæ, ut ex ipſius Hiſtoriâ conſtat: at voluptas vitæ præſentis eſt tantum intenſitatis finitæ & durationis etiam finitæ, ut omnibus notum. Ergo Quantitas Voluptatis à Chriſto promiſſæ eſt infinitè major Quantitate Voluptatis Vitæ præſentis (per *Prop.* XXXIII.) Sed Valores voluptatum ſunt in ratione Quantitatum; Ergo Valor Voluptatis à Chriſto promiſſæ, &c. Q. E. D.

Prop.

Prop. XXXIV. *Lemma* II.

Si probabilitas, quam habet aliquis ad obtinendum p, ſit ad probabilitatem, quam habet ad obtinendum P, in ratione quavis r ad 1, & ſupponatur $P \sqsubset p$, & $r \sqsubset 1$, erit verus Valor expectationis illius hominis $\frac{P+p}{r+1}$: id eſt, ſumma rerum, quas expectat, diviſa per ſummam probabilitatum, dat verum expectationis ejus valorem.

Ut demonſtratio faciliùs capiatur; ſupponatur aliquis iſte A juſtum inire ludum cum altero homine B: ſitque x depoſitum ſeu valor expectationis, quam habet A; atque y depoſitum & valor expectationis, quam habet B (omnes enim Luſores in juſto ludo habent expectationem depoſitis ſuis æqualem) & ludant hac conditione, ut Victor det alteri p, ſervans ſibi ipſi P. Manifeſtum jam eſt, ſi A vincat, ipſum habiturum $x+y-p=P$; ſed ſi A perdat, tum (ex conditione Ludi) non niſi p habebit. Cúmque jam (ex hypotheſi Lemmatis) probabilitas, quam habet A ad vincendum (ſeu ut obtineat P) ſit ad probabilitatem, quam habet A ad perdendum (ſeu ut obtineat p) id eſt, ad probabilitatem, quam habet B ad vincendum, in ratione 1 ad r. Ideo, cùm juſtus ſupponitur Luſus, debent depoſita eſſe in ratione probabilitatum vincendi, id eſt, $x.\ y :: 1.\ r.$ unde $rx=y$; ſubſtituatur rx pro y in æquatione modò inventâ, & erit $x+rx=P+p$. unde $x=\frac{P+p}{r+1}$. Q. E. D.

Prop. XXXV. *Theor.* XIV.

Valor verus expectationis ad obtinendam voluptatem P à Chriſto promiſſam eſt infinitè major vero valore Expectationis obtinendi voluptatem p vitæ præſentis.

Nam P eſt infinitè major quàm p (per *Corol. Prop.* XXXIII.) & probabilitas obtinendi P eſt aliqua, eáq; non contemnenda (per *Prop.* XVII.) & probabilitas obtinendi p non eſt etiam niſi aliqua finita (ipſa enim vita, multóq; magìs vitæ hujus voluptas eſt incerta) ergo probabilitas obtinendi p eſt ad probabilitatem obtinendi P, ut numerus finitus ad numerum finitum; Ergo exprimi poſſit ratio harum probabilitatum, per rationem numeri finiti r ad unitatem. Ergo verus valor expectationis

tionis est $\frac{P+p}{r+1}$ (per *Prop.* XXXIV.) Sed P est quantitas infinita (per *Corol. Prop.* XXXIII.) Ergo quantitas infinita P + p, divisa per numerum finitum scil. r + 1, dat quotientem infinitam. Ergo verus valor expectationis Christiani est realiter infinitus; Ergo est infinitè major vero valore expectationis finito obtinendi vitæ hujus præsentis voluptatem. Q. E. D.

Corol. 1. Conatus ad obtinendam vitæ futuræ voluptatem debent esse infinitè majores conatibus obtinendi vitæ hujus præsentis voluptatem; si sapienter conatus nostros gubernare vellemus (per hanc & *Axioma* 2.)

Corol. 2. Insipientes sunt, qui majorem adhibent conatum ad obtinendam præsentis, quàm vitæ futuræ voluptatem (per hanc & *Axioma* 3.)

Corol. 3. Minùs sapientes sunt, quorum conatus obtinendi voluptates futuras sunt ad conatus obtinendi voluptates finitas in ratione finitâ (per hanc & *Axiomatis* part. 2.)

Corol. 4. Verus Christianus est omnium sapientum sapientissimus, & Athei ac Deistæ sunt omnium stultorum stultissimi, sequitur ex *Corol.* 1 & 2 hujus, & *Axiom.* 2 & 3.

FINIS.